

ТВиМС 2026. Программы БИ, УЦП, ТАДвБ ВШБ ВШЭ.

Лист задач для самостоятельного решения #5.

Распределения Бернулли, биномиальное, Пуассона.

1. Преподаватель высшей математики случайным образом выставляет оценки за сданное дз. С равной вероятностью он может поставить любую оценку от 5 до 10. В одной из групп дз сдали 20 человек.
 - (a) Найти вероятность того, что ровно четверть студентов получит 10.
 - (b) Найти вероятность того, что половина студентов получит удовлетворительно.
 - (c) Найти наимвероятнейшее число студентов, которые получают 6, найти вероятность того, что ровно такое количество студентов получит 6.
 - (d) Найти вероятность того, что преподаватель выставит не менее чем, две отличные оценки.
2. Круг от вертолетной площадки вписан в условный квадрат. Вы смотрите боевик, в котором с вертолета, пролетающего над этой площадкой, три человека прыгивают в квадрат. Найдите вероятность того, что ровно один человек приземлился именно в круг посадочной площадки.
3. Инвестор владеет акциями 7 предприятий одной отрасли. Известно, что вероятность роста цены акций по каждому из предприятий равна 0.4, вероятность падения равна 0.3. (будем считать, что акции ведут себя независимо)
 - (a) Найти вероятность того, что изменится цена акций шести предприятий.
 - (b) Найти вероятность того, цена акций вырастет более чем у двух предприятий.
 - (c) Найти наимвероятнейшее число предприятий, цена на акции у которых уменьшится. Найти соответствующую вероятность.
 - (d) Найти наимвероятнейшее число предприятий, цена на акции у которых не уменьшится. Найти соответствующую вероятность.
4. В забеге участвуют 12 лошадей (равной силы). Каждый из 30 зрителей пытается составить свой прогноз для трех призовых мест, и отмечает случайным образом трех участников забега. Какова вероятность того, что хотя бы один из них окажется прав, если:
 - (a) надо угадать победителей и их места.
 - (b) достаточно указать тройку лидеров в любом порядке.
5. Подбрасывается кубик, а затем монетка подбрасывается столько раз, сколько очков выпало на кубике. Известно, что орел выпал ровно 4 раза. Какова вероятность того, что на кубике выпала «6»?
6. В гостинице 35 номеров. Управляющий знает, что клиент, забронировавший номер, с вероятностью 0.1 не придет. Но на каждом пустом номере гостиница теряет деньги, так что управляющий бронирует номера для 38 клиентов, с запасом - «все равно кто-нибудь не придет». Найти вероятность того, что у него возникнут проблемы – количество приехавших окажется больше количества номеров.
7. Студент Антон опаздывает на занятие с вероятностью 0.65, студентка Валерия опаздывает с вероятностью 0.75. Вероятность того, что они опоздают оба, равна 0.55.
 - (a) Антон пришел на занятие вовремя. Найти вероятность того, что Валерия тоже пришла вовремя.
 - (b) На занятие опоздал только один из них. Найти вероятность того, что это был Антон.
 - (c) На следующей неделе будет 20 пар. Найти наимвероятнейшее число пар, на которое опоздает ровно один из этих студентов. Найти соответствующую вероятность.

8. Студент Антон опаздывает на занятие с вероятностью 0.65, студентка Валерия опаздывает с вероятностью 0.75. Вероятность того, что они опоздают оба, равна 0.55.
 - (a) Антон пришел на занятие вовремя. Найти вероятность того, что Валерия тоже пришла вовремя.
 - (b) На занятие опоздал только один из них. Найти вероятность того, что это был Антон.
 - (c) На следующей неделе будет 10 пар. Найти вероятность, что ровно один из этих студентов опоздает не более чем на две из этих учебных пар.

9. Студент Николай прогуливает пару с вероятностью 0.25. Если он прогуляет, то студент Андрей прогуляет эту пару с вероятностью 0.6. Если же Николай не прогуляет, то и Андрей не прогуляет с вероятностью 0.7.
 - (a) Найти вероятность того, что Андрей прогуляет очередную пару.
 - (b) Известно, что Андрей пришел на пару. Найти вероятность того, что Николай тоже пришел.
 - (c) Всего на прошлой неделе было 20 пар. Найти наимвероятнейшее число пар, прогулянных Андреем, найти вероятность того, что он прогулял именно такое количество пар.
 - (d) На прошлой неделе было 7 пар, которые Андрей прогулял. Найти наимвероятнейшее число пар из этих 7, прогулянных и Николаем, найти вероятность того, что он прогулял именно такое количество пар.

10. На дополнительный курс «Английский для менеджеров» ходят студенты первых трех курсов, причем состав слушателей такой: 30% - 1 курс, 20% - 2 курс, 50% - третий. Ходят, правда, так себе – вероятность прогула первокурсника – 30%, второкурсника – 40%, третьекурсника – 50%.
 - (a) Найти вероятность того, что случайно выбранный студент, пришедший на занятие – со второго курса.
 - (b) На занятие пришли 20 человек. Найти вероятность того, что из них ровно шесть второкурсников.
 - (c) На занятие пришли 20 человек. Найти наимвероятнейшее число второкурсников, пришедших на занятие, найти вероятность того, что именно такое число второкурсников придет на занятие.

(Внимательный читатель заметит, что тут нужна соответствующая оговорка – мы считаем курс очень большим, то есть если мы взяли студента, и он оказался первокурсником, то вероятность того, что следующий студент тоже первокурсник, не меняется)

11. В команде 10 хороших стрелков, попадающих в цель при одном выстреле с вероятностью 0.8, и 3 плохих, попадающих с вероятностью 0.5. Один стрелок производит 5 выстрелов. Чему равна вероятность того, что это хороший стрелок, если он попал более двух раз?

12. Иван живет на 12 этаже и обычно спускается вниз на лифте. Ему известно, что в будний день вероятность того, что лифт остановится на любом промежуточном этаже, одинакова для всех этажей и равна 0.4. В выходные эта вероятность равна 0.2. В некоторый произвольный день Иван ехал со своего этажа на первый, лифт остановился по дороге 2 раза. Найти вероятность того, что это было в будний день.

(Считаем, что все остановки на каждом из этажей независимы, праздничных дней не существует)

13. Каждый понедельник в промежуток времени от 12-00 до 20-00 в порт заходят два корабля (в случайные моменты и независимо друг от друга). Первый из кораблей разгружается два часа, второй – три, причем в один момент времени может разгружаться только один корабль.
 - (a) Найти вероятность того, что ни одному из кораблей не придется ждать разгрузки.
 - (b) Найти вероятность того, что за ближайшие два месяца (8 недель) будет ровно 4 дня, когда ни одному из кораблей не придется ждать разгрузки.

14. Для случайной величины X , распределенной по закону Пуассона с матожиданием 2, найти вероятность того, что она примет значение:
- (a) равное 1,
 - (b) не больше 2,
 - (c) больше 2,
 - (d) вероятность того, что случайная величина X отклонится от матожидания более чем на половину стандартного отклонения.
15. В поселке 1000 домов, каждый из которых застрахован от пожара в одной страховой компании на сумму 100,000 рублей. Страховой взнос составляет 300 рублей за год. Для данного поселка вероятность пожара в доме в течение года равна 0.002. Какова вероятность того, что в течение года страховая компания по данному виду полиса выплатит больше, чем соберет? (Указание: при решении использовать распределение Пуассона)
16. Всего на одном курсе учится 397 студентов. Вероятность того, что студент придет на экзамен, равна 0.99.
- (a) Найти вероятность того, что на экзамене будет не менее 395 студентов. Использовать биномиальное распределение.
 - (b) Найти вероятность того, что на экзамене будет не менее 395 студентов. Использовать приближение пуассоновским распределением.
17. Сессия состоит из 5 экзаменов, для каждого из студентов вероятность сдать на хорошо любой из экзаменов одинакова, равна 0.4, и не зависит от других студентов и экзаменов, вероятность сдать на отлично равна 0.1.
- (a) Найти вероятность того, что в группе из 20 студентов ровно 7 получит по два «хорошо» за эту сессию.
 - (b) Найти вероятность того, что из 200 первокурсников ровно у двоих человек будет ровно по три отличные оценки. (Использовать приближение пуассоновским распределением)
18. Заказы на доставку еды из ресторана образуют простейший поток с интенсивностью 6 заказов в час. Найти вероятность того, что:
- (a) за очередные 20 минут поступит хотя бы 2 заказа.
 - (b) за очередные 5 минут – хотя бы один.

Указание: Задача на простейший поток, число событий – распределение Пуассона. Пусть единица времени час, тогда $\lambda = 6$. Пусть случайная величина X – число заказов за час, тогда X распределена по закону Пуассона

19. В пожарную часть поступает в среднем 8 вызовов в сутки, вызовы образуют простейший поток.
- (a) Найти вероятность того, что за одну смену (12 часов) поступит 5 вызовов.
 - (b) Найти вероятность того, что за последние 20 смен было ровно три таких смены, за которые поступило по 5 вызовов.

Указание: так как в задаче идет речь о потоке событий во времени, о простейшем потоке, то проще всего сначала ввести какую-то удобную единицу времени, чтобы все встречающиеся интервалы времени удобно выражались через эту единицу. Например, пусть единица времени – это сутки. Тогда интенсивность потока $\lambda = 8$ событий/ед. времени.